

პრობლემის ამოხსნა – პოლიას სქემა მათემატიკაში

ავტორი: პეტრე ბაბილუა

მინდა დავიწყო გეორგ პოლიას სიტყვებით: „**If you can't solve a problem, then there is an easier problem you can solve. Find it.**“ **George P Iya**. თანამედროვე საერთაშორისო (IB პროგრამა) განათლების ძირითადი მიზნებია, მოსწავლეებს განუვითაროს კრიტიკული და შემოქმედებითი აზროვნება. მოსწავლეებში დანერგოს საერთაშორისო ღირებულებები და აღზარდოს გლობალურად მოაზროვნე ადამიანები, რომლებიც აღიარებენ საერთო ადამიანურ ფასეულობებს, იზიარებენ პლანეტაზე ზრუნვის პრინციპებს, ეხმარებიან და ქმნიან მშვიდობიან სამყაროს. პროგრამის მიზანია, რომ მოსწავლეები იყვნენ: მაძიებელნი, მცოდნეები, მოაზროვნეები, კომუნიკაბელურები, პრინციპულები, გონებაგახსნილები, მზრუნველები, გაბედულები, დაბალანსებულები და გონიერები. ყველა საგნის სწავლება, თავისი სპეციფიკიდან გამომდინარე, მოსწავლეებში სწორედ ამ თვისებების განვითარებისთვისაა მიმართული.

ამ უნარების განვითარებისთვის აუცილებელია კრიტიკული და შემოქმედებითი აზროვნების სტიმულირება, რასაც უზრუნველყოფს პრობლემაზე ორიენტირებული სწავლება მათემატიკაში. მნიშვნელოვანია, რომ მოსწავლეები თავიდანვე შევაჩვიოთ პრობლემაზე ორიენტირებულ სწავლებას და ამასთან დაკავშირებით შევთავაზოთ მათ პრობლემის ამოხსნის შემდეგი სქემა, რომელიც ცნობილია პოლიას სქემის სახელწოდებით.

ზოგიერთი პრობლემა შეიძლება იყოს კომპლექსური, შეიცავდეს ბევრ (რამდენიმე) მათემატიკურ ამოცანას, ზოგიერთი პრობლემა კი შეიძლება იყოს მარტივი. ერთი და იგივე საკითხი შეიძლება ზოგიერთი მოსწავლისათვის იყოს მარტივი და ზოგიერთისთვის – გამოწვევა.

გეორგ პოლია (George P Iya 1887-1985) იყო უნგრელი მათემატიკის პროფესორი. მან აღწერა პრობლემის ამოხსნის გზები, რომელიც გამოიყენება სხვადასხვა პრობლემის გასაჭრელად მათემატიკაში და სხვა საგნებში. ჩამოვყალიბოთ ეს ნაბიჯები შემდეგი სქემის სახით:

· პრობლემის გაგება-გააზრება · დარწმუნდით, რომ გაიგეთ ყველა სიტყვა; · დაადგინეთ, რა უნდა იპოვოთ; · დაადგინეთ, რა იცით უკვე; · დაადგინეთ უცნობები; · დაადგინეთ, რა პირობებს აკმაყოფილებს უცნობები; · დახაზეთ დიაგრამა, ნახაზი , რაც დაგეხმარებათ პრობლემის უკეთ გაგებაში; · დარწმუნდით პრობლემის გაგებაში, თქვენი სიტყვებით ჩამოაყალიბეთ ის და გაიაზრეთ რას გეკითხებიან.
· გეგმის შექმნა · გამოიცანით და შეამოწმეთ; · შეხედეთ კანონზომიერებას; · გამორიცხეთ ვარიანტები; · გამოიყენეთ ფორმულა; · ამოხსენით განტოლება; · იფიქრეთ სხვა სტრატეგიაზე, რომელიც შეიძლება გამოგადგეთ.
· გეგმის შესრულება

- აჩვენეთ ყველა ნაბიჯი ისე, რომ ნებისმიერი მკითხველისთვის ადვილი იყოს მიჰყვეს მას;
- შეამოწმეთ, რომ ყველა შუალედურ პასუხს აქვს აზრი;
- თუ ვერ ასრულებთ, სცადეთ სხვა გზა;
- თუ ვერ ასრულებთ, შეიმუშავეთ ახალი გეგმა.

- დაუბრუნდით პრობლემას
- შეამოწმეთ საბოლოო პასუხი, თუ ეს შესაძლებელია;
- დარწმუნდით, პასუხი უკავშირდება თუ არა საწყის პრობლემას ?
- დარწმუნდით შედეგში
- რამ იმუშავა? რამ არ იმუშავა ?
- შესაძლებელია გეგმის განხორციელება სხვა (უკეთესი) გზით ?

თუ ჩვენ ხელს შევუწყობთ მოსწავლეებს, რომ ნებისმიერი პრობლემის გადაწყვეტისას იმუშავონ ამ სქემით, მათ გაუადვილდებათ მათი გადაწყვეტა. მოვიყვანოთ ამ სქემის გამოყენების პრაქტიკული მაგალითი.

ამოცანა: ანას სჭირდება 20 წუთი მანქანის გასარეცხად, ხოლო ნინოს 30 წუთი იმავე მანქანის გასარეცხად. რა დრო დასჭირდებათ მათ, თუ ისინი ერთად გარეცხავენ იგივე მანქანას ?

ამოხსნა:

t - დრო, რომელიც სჭირდებათ მათ მანქანის ერთობლივად გასარეხად

$$t_a = 20 \text{ წთ}$$

$$t_n = 30 \text{ წთ}$$

1. პრობლემის გაგება

- დაადგინე, რა უნდა იპოვოთ
- დაადგინე, რა იგი უკვე
- დაადგინე უცნობები

r = ორივეს ერთად მანქანის გარეხების ტემპი, 1 მანქანა ყოველ t წუთში

r_a = ანას ტემპი

r_n = ნინოს ტემპი

$$r = r_a + r_n$$

გამოვიყენე $r = \frac{1 \text{ მანქანა}}{t}$ -ს საპოვნელად

$$r_a = \frac{1 \text{ მანქანა}}{20 \text{ წთ}}$$

$$r_n = \frac{1 \text{ მანქანა}}{30 \text{ წთ}}$$

2. გეგმის შექმნა

- ერთი მანქანის გარეხების დრო დამოკიდებულია რეცხვის ტემპზე - რამდენ მანქანას რეცხავენ ისინი მოცემულ დროში;
- მათი ერთობლივი რეცხვის ტემპი არის მათი ცალკეული ტემპების ჯამი

3. გეგმის შესრულება

- აჩვენე ყველა ნაბიჯი

$$r = r_a + r_n = \frac{1 \text{ მანქანა}}{20 \text{ წთ}} + \frac{1 \text{ მანქანა}}{30 \text{ წთ}} = \frac{2 \text{ მანქანა}}{1 \text{ სთ}} + \frac{3 \text{ მანქანა}}{1 \text{ სთ}} = \frac{5 \text{ მანქანა}}{1 \text{ სთ}}$$

ერთად ისინი 5 მანქანას გარეცხავენ 1 საათში, რაც არის 12 წუთი ერთი მანქანისათვის.

$$t = 12 \text{ წთ.}$$

თუ თითოეულ მათგანს სჭირდება მანქანის გასარეხად 20 წთ,

3. გეგმის შესრულება

- შეამოწმე, ყველა შუალედურ პასუხს აქვს აზრი

მაშინ მათ ერთად დასჭირდებათ 10 წთ; ხოლო თუ თითოეულს დასჭირდება 30 წთ, ერთად დასჭირდებათ - 15 წთ, თუ მათ დასჭირდებათ ცალ-ცალკე 20 და 30 წთ, ერთად უნდა დასჭირდეთ დრო 10-დან 15 წუთამდე.

4. დაუბრუნდით პრობლემას
• შეამოწმე შენი პასუხი

ანას მარტო შესასრულებლად სჭირდება 20 წუთი; ე. ი. მათ ორივეს ერთად უნდა დასჭირდეთ უფრო ნაკლები, ვიდრე მარტო ანას სჭირდება.

4. დაუბრუნდით პრობლემას
• დარწმუნდი, შენი პასუხი უკავშირდება თუ არა საწყის პრობლემას

ორივეს ერთად სჭირდება 12 წუთი.

5. დაუბრუნდით პრობლემას
• დარწმუნდი პრობლემის საბოლოო პასუხში

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. MYP Mathematics, Rose Harrison, Clara Huizink, Aidan Sproat-Clements, Marlene Torres-Skoumal, Oxford University Press, 2016
2. Polya's Problem Solving Techniques, <https://math.berkeley.edu/~gmelvin/polya.pdf>